

1. 次のエルミート行列をユニタリ行列によって対角化しそのユニタリ行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & i & -1 \\ -i & 5 & i \\ -1 & -i & 3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 1 \end{pmatrix}$$

2. 以下の問いに答えよ.

(1) 任意の正方行列 A は 2 つのエルミート行列 B, C によって $A = B + Ci$ と一意的に表せることを示せ.

(2) (1) の状況のもとで正方行列 A が $AA^* = A^*A$ を満たす必要十分条件は $BC = CB$ であることを示せ.

1	対角行列	ユニタリ行列	(2)	対角行列	ユニタリ行列
(1)	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & 2i/\sqrt{6} & i/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$	(2)	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ 2i/\sqrt{6} & 0 & -i/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$