

学部 _____ 学籍番号 _____ 名前 _____

1. 次の行列が正則かどうか判定し、正則ならば逆行列を計算をせよ。

(1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. 次の計算をせよ。

(1) $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}^n$

(2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^n$

3. 正方形列 A が $A^m = O$ を満たすとき $E - A$, $E + A$ が正則行列であることを示せ。

4. 任意の実正方形列は対称行列、交代行列の和として一意的に表せることを示せ。

1. (1) 正則でない (2) 正則 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

2. (1) $\begin{pmatrix} a^{k+1} & 0 & 0 \\ 0 & b^{k+1} & 0 \\ 0 & 0 & c^{k+1} \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ($n = 2$) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ($n > 2$) 3. ヒント $(E - A)(E + A + A^2 + \dots + A^{m-1})$

4. ヒント $A = \frac{1}{2}(A + {}^tA) + \frac{1}{2}(A - {}^tA)$