

1. 以下の行列の固有値は全て実数であることを確かめ、直交行列を用いて三角化せよ。その直交行列も求めよ。

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 2 & 0 & 6 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

2. 以下の実対称行列を直交行列を用いて対角化せよ。その直交行列も求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1
直交行列

$$\begin{pmatrix} -2/3 & 1/\sqrt{18} & -1/\sqrt{2} \\ -2/3 & 1/\sqrt{18} & 1/\sqrt{2} \\ 1/3 & 4/\sqrt{18} & 0 \end{pmatrix}$$

三角行列

$$\begin{pmatrix} -1 & -6\sqrt{2} & 14\sqrt{2}/3 \\ 0 & 2 & 11/3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2
直交行列

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6-2\sqrt{3}} & -1/\sqrt{6+2\sqrt{3}} \\ 0 & (\sqrt{3}-1)/\sqrt{6-2\sqrt{3}} & -(\sqrt{3}+1)/\sqrt{6+2\sqrt{3}} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6-2\sqrt{3}} & 1/\sqrt{6+2\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

対角行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$